

DANMARKS TEKNISKE UNIVERSITET

KURSUSNAVN	INTRODUKTION TIL INTELLIGENTE SYSTEMER
KURSUSNUMMER	02461
HJÆLPEMIDLER	ALLE HJÆLPEMIDLER ER TILLADT
VARIGHED	2 TIMER
VÆGTNING	ALLE DELOPGAVER VÆGTES ENS

INDHOLD

OPGAVE A: CHATBOT	2
OPGAVE B: JANE AUSTEN	4
OPGAVE C: CLUSTERING	6
OPGAVE D: ENERGIFORBRUG	8
OPGAVE E: LABYRINT	10

BESVARELSE AF OPGAVERNE

Alle spørgsmål skal besvares med et entydigt resultat, som skal angives med understregning sidst i hver besvarelse. Besvarelsen skal altid underbygges med relevante betragtninger og/eller beregninger. Det skal klart fremgå hvilke teorier og formler der tages udgangspunkt i, og alle relevante mellemregninger skal medtages.

Et firma har udviklet en ny og forbedret chatbot til at besvare kundehenvendelser. Den eksisterende kundeservice har gennem mange år haft en succesrate på 86% for at give kunderne korrekte og relevante svar. I et pilotstudie blev den nye chatbot testet på 50 henvendelser, hvoraf 45 blev besvaret korrekt og relevant.

Spørgsmål A.1: Kan du på baggrund af pilotstudiet konkludere at chatbotten fungerer bedre end den eksisterende kundeservice?

Svar A.1: Den estimerede succesrate for chatbotten er

$$p = \frac{45}{50} = 90\%$$

hvilket er højere end den eksisterende metodes succesrate på 86%. Vi må dog undersøge om der er statistisk evidens for at chatbottens succesrate reelt er større. Vi beregner derfor et konfidensinterval:

$$p \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.9 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.9(1-0.9)}{50}} \approx 0.9 \pm 0.08.$$

Grænserne for intervallet er således [82%,98%]. Da succesraten for den eksisterende metode er indeholdt i intervallet, kan vi ikke konkludere at den nye chatbot er bedre. Nej

Vi ønsker nu at lave et større forsøg for at fastslå chatbottens succesrate mere præcist. Vi vil gerne opnå et 95% konfidensinterval for succesraten med en fejlmargen på ± 2 procentpoint.

Spørgsmål A.2: Hvilken stikprøvestørrelse n vil du anbefale til det større forsøg?

Svar A.2: Vi kan estimere stikprøvestørrelsen ud fra følgende formel, hvor vi benytter estimatet $p = 0.9$ fra pilotstudiet

$$n = 1.96^2 \frac{p(1-p)}{e^2} = 1.96^2 \frac{0.9(1-0.9)}{0.02^2} \approx \underline{864}$$

Kundehenvendelserne til firmaet kan deles op i to typer: *Information*, hvor kunderne ønsker specifikke oplysninger og *Problemløsning*, hvor kunden søger hjælp til at løse et teknisk problem. I et større studie med $n = 1000$ forespørgsler opnår chatbotten følgende resultater:

	Information	Problemløsning	Total
Succes	760	170	930
Ikke succes	40	30	70
Total	800	200	1000

Spørgsmål A.3: Er der statistisk belæg for at sige, at chatbotten klarer sig bedre på forespørgsler om *Information* end på forespørgsler om *Problemløsning*?

Svar A.3: Vi kan adressere dette ved at beregne konfidensintervaller for de to typer forespørgsler. For *Information* fås

$$p = \frac{760}{800} = 0.95 \quad p \pm 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.95 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.95(1-0.95)}{800}} \approx 0.95 \pm 0.015$$

For *Problemløsning* fås

$$p = \frac{170}{200} = 0.85 \quad p \pm 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.85 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.85(1-0.85)}{200}} \approx 0.85 \pm 0.05$$

Da konfidensintervallerne ikke overlapper er det tydeligt at der er statistisk belæg for at chatbotten er bedre til *Information* end *Problemløsning*.

Ja.

Den nedre og øvre grænse for et konfidensinterval for chatbottens succes er beregnet til [91%, 95%].

Spørgsmål A.4: Hvad er fejlmarginen (margin of error) for dette interval?

Svar A.4: Fejlmarginen er halvdelen af bredden af intervallet, dvs.

$$\frac{0.95 - 0.91}{2} = \underline{0.02}$$

A ■

I denne opgave ser vi på Jane Austens bog “Sense and sensibility”. Vi vil betragte hver sætning i bogen som et “dokument” i et korpus bestående af 4999 sætninger i alt. Her er et eksempel på en sætning (relevante ord er fremhævet).

Sætning 1: their mother had nothing, and their father only seven thousand pounds in his own disposal; for **the** remaining moiety of his first **wife**’s fortune was also secured to her child, and he had only a life - interest in it.

Efter *tokenization* og *stemming* består sætningen af 46 ord (tokens), idet den anvendte tokenizer behandler tegnsætning som separate “ord”. Ordet **wife** optræder 1 gang, og ordet **the** optræder ligeledes 1 gang.

Spørgsmål B.1: Beregn ordfrekvensen (term frequency, TF) for ordet **wife** i Sætning 1.

Svar B.1: Ordfrekvensen kan beregnes som

$$TF = \frac{n_{t,d}}{n_d} = \frac{1}{46} \approx \underline{0.022}$$

Den følgende tabel indeholder nogle statistikker for korpus:

Ord	Antal sætninger med ordet
and	2228
the	2168
wife	48
grief	12

Spørgsmål B.2: Beregn den inverse dokument-frekvens (inverse document frequency, IDF) for ordet **wife**. (Benyt den naturlige logaritme.)

Svar B.2: Den inverse dokument-frekvens kan beregnes som

$$IDF = \log \left(\frac{N}{n_t} \right) = \log \left(\frac{4999}{48} \right) \approx \underline{4.65}$$

Spørgsmål B.3: Beregn TF-IDF scoren for søgestrengen **the wife** i Sætning 1. (Benyt den naturlige logaritme.)

Svar B.3: TF-IDF scoren kan beregnes som

$$TF-IDF = \sum_{t \in q} \frac{n_{t,d}}{n_d} \cdot \log \left(\frac{N}{n_t} \right) = \frac{1}{46} \log \frac{4999}{2168} + \frac{1}{46} \log \frac{4999}{48} \approx \underline{0.12}$$

Her er et andet eksempel på en sætning (relevante ord er fremhævet).

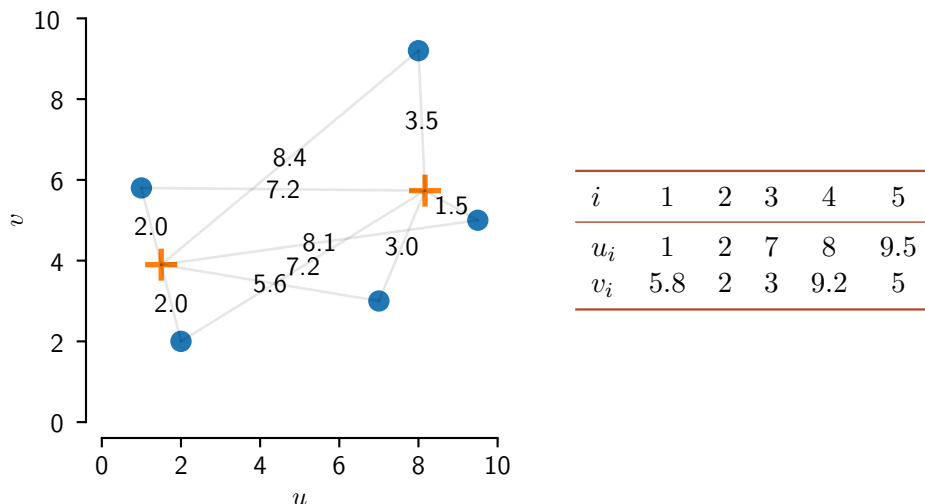
Sætning 2: **the** agony of **grief** which overpowered them at first, was voluntarily renewed, was sought for, was created again **and** again.

Spørgsmål B.4: Hvilken af de følgende søgestreng: “**and**”, “**the**”, “**wife**”, eller “**grief**”, vil resultere i den højeste TF-IDF score i Sætning 2?

Svar B.4: Da ordet **wife** ikke optræder i sætningen, er TF-IDF scoren nul. De tre andre ord optræder 1 gang hver, og her således identisk TF score. Deres IDF score er omvendt proportional med deres hyppighed i korpus. Dermed vil den højeste TF-IDF score være for søgestrengen **grief**.

Opgave C Clustering

Figuren nedenfor viser $N = 5$ datapunkter (blå cirkler), $\mathbf{x}_i = (u_i, v_i)$. Ved brug af k-means clustering er punkterne delt op i to grupper. Figuren viser centrene for de to grupper (orange plusser) samt den euklidiske afstand fra hvert punkt til hvert center. Koordinaterne for de fem punkter er angivet i tabellen nedenfor til højre.



K-means clustering minimerer den følgende cost-funktion:

$$L = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_i - \mathbf{z}_{c_i}\|^2.$$

Spørgsmål C.1: Hvad er værdien af cost-funktionen for den løsning der er vist i figuren?

Svar C.1: Vi ved at k-means tildeler hver observation til det nærmeste cluster-center. Cost-funktionen er summen af de kvadrerede afstande fra hvert datapunkt til dets cluster center. Vi aflæser for hvert punkt den korteste afstand og beregner kvadratsummen:

$$L = 2.0^2 + 2.0^2 + 3.0^2 + 1.5^2 + 3.5^2 = \underline{31.5}$$

Spørgsmål C.2: Hvad er koordinaterne for venstre cluster-center (gruppen som indeholder punkt 1 og 2)? Koordinaterne skal beregnes ud fra data i tabellen.

Svar C.2: Cluster-centeret er defineret som middelværdien af de punkter det indeholder. Det har dermed koordinaterne

$$\mathbf{z}_1 = (u_{z_1}, v_{z_1}) = \left(\frac{1+2}{2}, \frac{5.8+2}{2} \right) = \underline{(1.5, 3.9)}$$

Spørgsmål C.3: Hvis vi min-max normaliserer u -koordinaterne, hvad bliver da den nye koordinat for datapunkt 4 (u'_4)?

Svar C.3: Den min-max normaliserede u'_4 -koordinat for datapunkt 4 bliver

$$u'_4 = \frac{u_4 - \min(u)}{\max(u) - \min(u)} = \frac{8 - 1}{9.5 - 1} \approx \underline{0.82}$$

Spørgsmål C.4: Hvilke af følgende udsagn er sande? (Flere kan være sande. Angiv en kort begrundelse for hvert udsagn.)

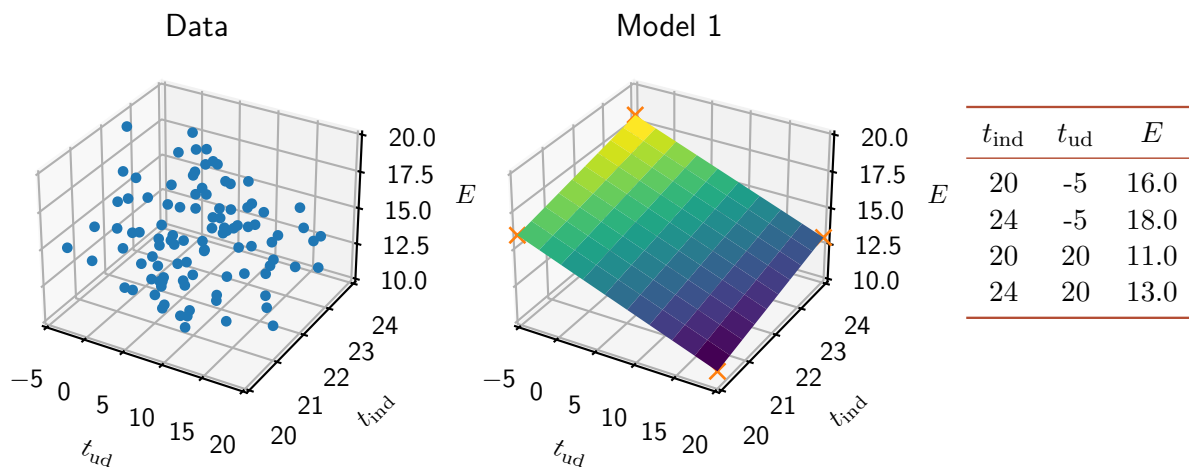
- A Co-variansen mellem u og v er større end korrelationskoefficienten. ($\text{cov}(u, v) > \rho_{u,v}$).
- B Korrelationskoefficienten mellem u og v er negativ ($\rho_{u,v} < 0$).
- C Variansen af u er større end variansen af v , ($\sigma_u^2 > \sigma_v^2$).

Svar C.4: A: Det ses af grafen, at standardafvigelsen af både u og v er væsentligt større end 1. Dermed er co-variansen større end correlationskoefficienten. B: Det kan aflæses at der er en (svag) positiv korrelation mellem u og v . C: Punkterne ligger tydeligt tættere sammen på v -aksen end på u -aksen, og dermed er $\sigma_u^2 > \sigma_v^2$. De sande udsagn er derfor A og C.

C

Opgave D Energiforbrug

En virksomhed ønsker at estimere en bygnings energiforbrug (E) på baggrund af målinger af indendørs-temperaturen (t_{ind}) og udendørs-temperaturen (t_{ud}). Måledata ses i figuren nedenfor til venstre. Der er i alt $n = 100$ datapunkter.



Ud fra disse data har virksomheden fittet en lineær regressions-model på følgende form:

$$\text{Model 1: } E = \beta_0 + \beta_1 t_{\text{ind}} + \beta_2 t_{\text{ud}}. \quad (1)$$

Den fittede model ses i figuren ovenfor i midten. De punkter der er markeret med orange krydser i model-figuren er givet ved værdierne i tabellen til højre.

Spørgsmål D.1: Bestem koefficienten β_2 ud fra figuren/tabellen.

Svar D.1: Koefficienten β_2 svarer til hældningen på t_{ud} -aksen. Vi kan benytte punkterne (20, -5, 16.0) og (20, 20, 11.0) til at bestemme denne som

$$\beta_2 = \frac{11.0 - 16.0}{20 - (-5)} = \underline{-0.2} \quad (2)$$

I Pytorch kan vi definere Model 1 som vist nedenfor; en del af koden mangler, markeret med et spørgsmålstegn.

```
model1 = torch.nn.Linear(?, 1)
```

Spørgsmål D.2: Hvad skal der stå på spørgsmålstegnets plads, for at koden svarer til Model 1.

Svar D.2: Model 1 er en lineær model med 2 input og 1 output. På spørgsmålstegnets plads, skal stå antallet af input, dvs. 2.

Alternativ kan vi anvende et neuralt netværk (Model 2), defineret med følgende Pytorch kode:

```
model2 = torch.nn.Sequential(  
    torch.nn.Linear(2, 10),  
    torch.nn.ReLU(),  
    torch.nn.Linear(10, 1))
```

Spørgsmål D.3: Hvor mange parametre har Model 2?

Svar D.3: Input-laget har $2 \cdot 10$ vægte og 10 bias termer, i alt 30 parametre. Output-laget har 10 vægte og 1 bias term, i alt 11 parametre. Totalt er der således 41 parametre.

Model 1 har en gennemsnitlig kvadreret fejl (mean squared error) på træningsdata på 0.0092. Model 2 opnår en lidt lavere gennemsnitlig kvadreret fejl på 0.0085.

Spørgsmål D.4: Vi ønsker nu at vælge mellem Model 1 og Model 2, som skal bruges til at estimere energiforbruget *fremover*. Giv et kort argument for det korrekte svar blandt følgende valgmuligheder:

- A Model 1 er bedst.
- B Model 2 er bedst
- C Vi har ikke nok information til at bedømme hvilken model er bedst.

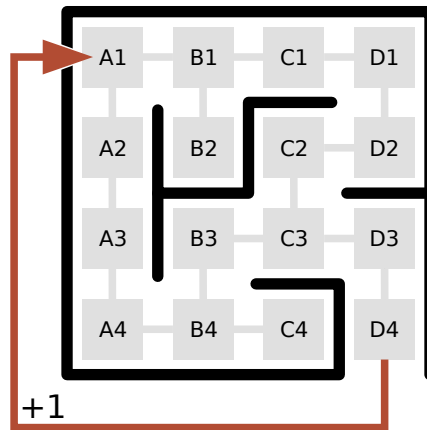
Svar D.4: Vi får kun oplyst modellernes performance på træningsdata, og vi kan derfor ikke bedømme hvilken model der vil klare sig bedst på fremtidig data, som modellen ikke er trænet på. Derfor er det korrekte svar C.

D ■

Opgave E Labyrint

Figuren nedenfor viser en labyrint som en agent skal bevæge sig rundt i. Labyrinten har 16 tilstande (grå felter) kaldet A1–D4. I hver tilstand er der fire mulige actions: *op*, *ned*, *højre*, og *venstre*. Agenten kan ikke gå gennem de sorte vægge, så hvis man fx. vælger action *ned* i tilstand B2, forbliver agenten i tilstand B2. Ligeledes kan man fx. ikke gå til *venstre* fra tilstanden A1.

Der er kun én belønning (reward) i labyrinten: Hvis man går *ned* i tilstand D4 er belønningen +1 og agenten hopper til tilstand A1.



I de tre følgende spørgsmål anvender vi en discount faktor på $\gamma = 0.9$. Det oplyses at værdien af tilstand B1 er $V(B1) = 0.781$. Det oplyses endvidere at den optimale policy er at gå den korteste vej til D4, og herfra *ned*, tilbage til A1 og gentage dette for evigt.

Spørgsmål E.1: Bestem værdien af tilstand B2.

Svar E.1: Værdien af B2 kan beregnes med formlen

$$V(s) = \max_a (r(s, a) + \gamma v(s'))$$

Da kun action *op* kan lede til reward, vil det være den optimale action. Dermed kan vi bestemme

$$V(B2) = 0 + \gamma V(B1) = 0 + 0.9 \cdot 0.781 \approx \underline{0.703}.$$

Spørgsmål E.2: Bestem værdien af tilstand D4.

Svar E.2: Vi kan beregne denne værdi på flere måder. Ud fra den angivne værdi af B1 og kendskab til den optimale policy kan vi finde

$$V(D4) = 1 + \gamma V(A1) = 1 + \gamma(0 + \gamma V(B1)) = 1 + 0.9^2 \cdot 0.781 \approx \underline{1.633}$$

Alternativt kan vi se at den optimale policy fra D4 et ét skridt med reward 1 efterfulgt af otte skridt med reward 0. Værdien kan dermed beregnes som

$$V(D4) = 1 + \gamma^9 V(D4) \Rightarrow V(D4)(1 - \gamma^9) = 1 \Rightarrow V(D4) = \frac{1}{1 - \gamma^9} = \frac{1}{1 - 0.9^9} \approx \underline{1.632}$$

Spørgsmål E.3: Labyrinten har 16 tilstande og hver tilstand har en tilknyttet værdi. Flere tilstande kan have den samme værdi. Bestem antallet af *unikke* værdier blandt tilstandene.

Svar E.3: Ud fra definitionen af værdi og kendskab til den optimale policy, kan vi se at værdien af hver tilstand kun afhænger af afstanden (antal skridt) til fx. tilstand D4. Dermed har fx. tilstand C2 og B3 samme værdi, da de begge har 3 skridt til D4. Den største afstand til D4 er 9 skridt fra A1. Dermed er der 9 unikke værdier.

Vi ændrer nu discount-faktoren til $\gamma = 0$.

Spørgsmål E.4: Bestem værdien af samtlige tilstande i labyrinten når vi har $\gamma = 0$.

Svar E.4: Med en discount faktor på nul, er værdien af en tilstand lig den største reward man kan få umiddelbart. Dermed har vi at $V(D4) = 1$ og alle andre værdier er nul.

E